

Einführung (F. Hirzebruch)

*Polyhedra in Geometry, Physics, and Chemistry*

Sir Michael Atiyah

Carl Friedrich von Siemens Stiftung

11. März 2009

Ich freue mich, daß ich Sir Michael Atiyah heute hier in der Carl Friedrich von Siemens Stiftung vorstellen kann. Ich bin froh, wieder einmal in der Stiftung zu sein.

Die Einladung erhielt ich telefonisch von meinem Freund Professor Heinz Gumin, den ich seit 60 Jahren kenne. Ich nahm gerne an, fügte aber warnend hinzu, daß ich in letzter Zeit mehrmals Einladungen, darunter die Einführung von Sir Michael bei seinem Vortrag vor der Berlin-Brandenburgischen Akademie, wegen plötzlicher Erkrankung im letzten Moment hatte absagen müssen. Heinz Gumin meinte, man müsse planen, niemand könne in die Zukunft blicken. Das Schicksal hat entschieden, daß er heute nicht bei uns sein kann. Heinz Gumin hat uns endgültig verlassen. Meine Frau und ich müssen heute viel an ihn denken. Wir freuen uns, daß seine Frau Magda und seine Tochter Barbara hier sind.

Danken möchte ich Herrn Professor Heinrich Meier für die Vorbereitung der heutigen Veranstaltung und die gute Betreuung von Sir Michael und Lady Atiyah und meiner Frau und mir.

Heinz Gumin und Herrn Meier gelang es, Sir Michael für den heutigen Abend zu gewinnen. Das ist nicht einfach, denn viele möchten ihn haben. Man kann sich die heutige Mathematik ohne die Arbeiten von Atiyah, besonders auf den Gebieten der algebraischen Geometrie, der globalen Analysis und der mathematischen Physik, kaum vorstellen.

Werfen wir einen Blick auf seine "Collected Works"! 1988 erschienen die ersten fünf Bände von über 3.000 Seiten für den Zeitraum 1952-1987. Der sechste Band erschien 2004 mit über 1.000 Seiten und umfaßt die Zeit seit 1988. Der erste Band beginnt natürlich mit einem Curriculum Vitae: 1929 in London geboren, libanesisch-schottischer Abstammung, Schulausbildung in Khartoum, in Kairo, Alexandria und Manchester bis 1947. Danach Militärdienst. Beginn des Studiums 1949 in Cambridge, zunächst bei John A. Todd, dem klassischen Geometer, der 1939 die Toddschen Polynome in den kanonischen Klassen der algebraischen Varietäten eingeführt hatte, die später für die Arbeiten von Atiyah und mir so wichtig wurden. Atiyah wechselte dann zu William V. D. Hodge, der in der globalen Analysis analytische Invarianten (harmonische Formen) mit topologischen Invarianten (Homologietheorie) in Verbindung gesetzt hatte.

Beziehungen zwischen Analysis und Topologie kamen auch bei Atiyah immer wieder vor. Er wurde 1955 bei Hodge promoviert. Eine gemeinsame Arbeit mit Hodge erschien 1955 in den *Annals of Mathematics* und ist im ersten Band unter "Early papers" abgedruckt. Ich las 1954 in Princeton einen Vorabdruck dieser Arbeit und war so beeindruckt von der Darstellung der neuen garbentheoretischen Methoden in der algebraischen Geometrie, daß ich zunächst glaubte, auf eine solche Darstellung in meinem Buch über "Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie" verzichten zu können. Das war mein erster mathematischer Kontakt zu Atiyah.

Der erste Band von Atiyahs "Collected Works" enthält auch "General papers", zum Beispiel "Mathematics and the Computer Revolution", auch heute, ein Vierteljahrhundert später, eine spannende Lektüre. Die weiteren Bände haben die Titel "K-theory", "Index theory: 1", "Index theory: 2", "Gauge theories". Man erkennt die mathematische Entwicklung von Atiyah, die über die Index-Theorie und die Eichtheorien immer mehr zur mathematischen Physik führte, was sich besonders im sechsten Band, 2004 erschienen, zeigt. Atiyahs "Commentary" und der Artikel "A Personal History" am Anfang dieses Bandes beleuchten eine Fülle neuer Ideen. In "A Personal History" spricht Atiyah von zwei Revolutionen in der Mathematik. Die erste in den "goldenen" fünfziger Jahren mit der Einführung völlig neuer Methoden in Topologie und algebraischer Geometrie führte zur Lösung klassischer Probleme, die lange Zeit als unangreifbar galten, und zu ganz neuen Erkenntnissen. Die zweite Revolution seit mehr als zwanzig Jahren wurde durch die immer enger werdenden Beziehungen zwischen Theoretischer Physik und Mathematik eingeleitet. Es kommt seitdem oft vor, daß Physiker physikalisch motivierte mathematische Theoreme entdecken, die dann anschließend von Mathematikern bewiesen und weiter-entwickelt werden. Bei beiden Revolutionen spielte und spielt Atiyah eine führende, herausragende Rolle.

Der sechste Band ist reich an historischen und philosophischen Reflexionen. Diese Arbeiten und die "General papers" im ersten Band gehen oft auf öffentliche Reden und Vorträge zurück. Atiyah ist es nämlich wie kaum einem Mathematiker gegeben, über allgemeine, die Öffentlichkeit interessierende Fragen innerhalb und außerhalb der Mathematik zu reden und zu schreiben. Diese Fähigkeiten haben ihn zu einem hervorragenden Präsidenten der London Mathematical Society, der Royal Society of London und der Royal Society of

Edinburgh sowie zu einem brillianten Master of Trinity College, Cambridge, gemacht. Sein ständiger Einsatz für die internationale Zusammenarbeit in der Mathematik und die Beziehungen zwischen Mathematik und anderen Fächern führte zur Gründung des Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences in Cambridge, dessen Gründungsdirektor er von 1990-1996 war. Es ist erstaunlich, wie er es schaffen konnte, gleichzeitig President of the Royal Society, Master of Trinity College und Direktor des Newton Institute zu sein. Er ist auch der Gründungsvater der European Mathematical Society. Seit 1978 hatte Atiyah mit dem European Mathematical Council unentwegt für die Gründung gearbeitet und viele verschiedene Auffassungen mühevoll zusammengeführt. Dabei mußte er enorme Arbeitskraft und viel Geduld aufwenden. 1990 waren die Vorbereitungen für die Gründung abgeschlossen, im gleichen Jahr begann aber auch die Arbeit für die drei großen gerade erwähnten Ämter. Da schlug Atiyah mich als ersten Präsidenten der European Mathematical Society vor, und ich wurde Ende Oktober 1990 bei der Gründungsversammlung in Madralin bei Warschau gewählt. Atiyahs Verdienst war es, daß 33 mathematische Gesellschaften, von Portugal bis Georgien und von Finnland bis Italien und Griechenland, teilnahmen.

Als Präsident der Royal Society hat Atiyah den Interacademy Council mit den nationalen Akademien als Mitgliedern mitgegründet und in Gang gesetzt. Er war deshalb sehr interessiert, als er von der Transformation der Leopoldina zur deutschen Nationalakademie hörte. Von 1997-2002 war er Präsident der "Pugwash Conference on Science and World Affairs", einer Institution, die von Physikern zur Bekämpfung des atomaren Wettrüstens gegründet worden war. Diese Organisation erhielt den Friedens-Nobelpreis.

Jetzt einige persönliche Reminiszenzen: Von 1955-1956 waren wir gemeinsam in Princeton, Atiyah am Institute for Advanced Study, ich als Assistant Professor an der Princeton University. Wir diskutierten über die vielen neuen Entwicklungen in Topologie und algebraischer Geometrie. Seit dem Sommersemester 1956 war ich in Bonn und bereitete die erste Bonner Arbeitstagung für das nächste Jahr vor. Atiyah nahm natürlich teil. Der heute so berühmte Alexander Grothendieck führte in seinen Vorträgen die K-Theorie algebraischer Vektorbündel und Garben ein, was Atiyah und dann auch mich zu einer entsprechenden topologischen K-Theorie führte, die vollendet durch den Bottschen Periodizitätssatz für die unitären Gruppen (Vortrag von Raoul Bott bei

der Arbeitstagung 1958) eine Kohomologietheorie ergab, mit der viele klassische Probleme gelöst werden konnten. Dies gehört zur vorhin erwähnten ersten Revolution.

Während der 30 Bonner Arbeitstagungen, die ich von 1957 bis 1991 organisierte, hat Atiyah 32 Mal vorgetragen, darunter war 16 Mal der Eröffnungsvortrag. Dabei handelte es sich oft um bahnbrechende neue Entwicklungen, zum Beispiel 1962 um den Durchbruch in Richtung Indexsatz für elliptische Differentialoperatoren auf Mannigfaltigkeiten, den Atiyah und Singer kurz vor der Tagung erzielt hatten. Bei der Arbeitstagung 1982 berichtete Atiyah in dem Vortrag "The Yang-Mills equations and the structure of 4-manifolds" über die sensationellen Ergebnisse seines Schülers Donaldson. 1984 sprach er über "New dimensions in geometry", ein Bericht über den geplanten Vortrag von Yuri Manin, der die Sowjetunion nicht verlassen durfte. Diese Vorträge standen am Beginn der vorhin erwähnten zweiten Revolution.

Atiyah hat viele Ehrungen erhalten, erwähnt seien die Fields-Medaille (1966), die als mathematischer Nobelpreis für junge Mathematiker unter 40 angesehen wird, und der Abelpreis gemeinsam mit Is Singer (2004). Die norwegische Akademie hat den Abelpreis für Mathematik 2002 anlässlich des 200. Geburtstages des genialen norwegischen Mathematikers Niels Henrik Abel gegründet. Er ist ausgestattet wie die Nobelpreise und wird vom norwegischen König überreicht. Der einzige Unterschied zum Nobelpreis ist, daß man keinen Frack tragen muß, was für Mathematiker ohnehin angenehmer ist. Atiyah sagte in seiner Abel-Dankesrede: *"We have made new friends and been tremendously stimulated by the rich web of ideas that physicists are spinning with what is appropriately called 'string theories'."*

Atiyah ist Mitglied vieler nationaler Akademien, z. B. Leopoldina, National Academy of Sciences USA, Académie des Sciences, Frankreich. Wenn ich richtig gezählt habe, dann hat er 30 Ehrendokorate. Ich erwähne nur, daß das erste von der Universität Bonn und das bisher letzte mir bekannte von der Harvard Universität ist.

Now we have the pleasure to listen to Sir Michael who will lead us from geometry across the borders to physics and chemistry.